

利用三角形前向展开法追踪温度 梯度场中的声线路径

王明吉, 王瑞雪

(大庆石油学院电子科学学院, 黑龙江省 大庆市 163318)

Acoustic Ray Tracing in Two-dimensional Temperature Gradient Field by Deploying Triangles

WANG Ming-ji, WANG Rui-xue

(School of Electronic Science, Daqing Petroleum Institute, Daqing 163318, Heilongjiang Province, China)

ABSTRACT: The acoustic wave refraction in temperature gradient field is an important factor that affects the reconstructing accuracy of temperature field by acoustic method, so it is important to investigate on the true propagation paths of acoustic wave in two-dimensional temperature gradient field. The two-dimensional acoustic ray tracing method by forward deploying triangle, which is based on the geometric acoustics, divides the space by triangles and then confirms the acoustic ray tracing by Snell rule. This paper investigated the true propagation paths of acoustic wave in two-dimensional temperature gradient field-single peaked symmetry and deflective respectively, using the two-dimensional acoustic ray tracing method of forward deploying triangle. Besides, a simulating calculation and analysis of this acoustic ray tracing algorithm in model temperature was given. The simulating result shows that the acoustic wave has an obvious refractive effect, which is refracting from the high temperature field to the low temperature field. The simulating result is consistent well with the theoretical estimate.

KEY WORDS: forward deploying triangles; acoustic ray tracing; temperature gradient field; Snell rule; linear acoustic speed field; simulation

摘要: 声波在温度梯度场中传播路径的弯曲效应是影响声学法温度场重建精度的一个重要因素,因而有必要弄清温度梯度场中声波的真正传播路径。二维声线追踪的三角形前向展开法,以几何声学为理论基础,对空间进行三角形划分,由斯涅尔法则确定声线路径。该文使用二维空间中的三角形前向展开方法,对二维温度梯度场中的声线轨迹进行追踪,并分别在具体的单峰对称温度场和单峰偏斜温度场模型中,对

该声线追踪算法进行了仿真计算和分析。仿真结果表明,温度梯度场中的声波路径发生了明显的弯曲,并且由高温区域向低温区域弯曲。仿真结果与理论结果是一致的。

关键词: 三角形前向展开法; 声线追踪; 温度梯度场; 斯涅尔法则; 线性声速场; 仿真

0 引言

温度场的声学测量方法是近几十年发展起来的测温新方法。它是一种非接触式的温度场测量方法,具有测量对象空间范围大(可达数十米),测量精度高、测量温度范围广(零度以下至 3000℃)、可以实时连续测量、维护方便等特点^[1]。因而受到了各国学者和工程技术人员的普遍关注,已经成为目前国内外研究的热点^[2-6]。

声学测温的基本原理是,声波在气体中的传播速度是介质温度的单值函数^[1,7]。在理想气体介质中,声速与介质绝对温度的平方根成正比,即满足拉普拉斯公式:

$$c = \sqrt{(\gamma R/M)T} = z\sqrt{T} \quad (1)$$

式中: c 为声波在气体介质中的传播速度, m/s; γ 为比热比,与分子结构有关; R 为气体常数,等于 $8.31\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; T 为气体的绝对温度, K; M 为气体分子量, $\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$; $z = \sqrt{\gamma R/M}$, 对某种特定气体为一常数。

通过在空间布置一定数量的声发射/接收器,形成多条声传播路径,并使其覆盖尽可能多的空间区域,从而获得许多路径的平均温度,再根据反演算法即可重建出空间温度场的分布特性。

基金项目: 黑龙江省自然科学基金项目(TA2005-23)。

目前常用的温度场重建算法主要有最小二乘法、正则化方法以及迭代和插值算法等^[8-10]，但這些方法在应用时均未考虑声波在温度梯度场中传播时的弯曲效应，而是将声传播路径当作直线处理。当气体介质中温度变化不大时，声波传播路径的影响可以忽略，但是当测量区域内气体介质温度梯度较大时，声波路径将发生明显弯曲，如果仍然将声波传播路径按直线处理来重建温度场，将不可避免地带来一部分模型化误差。通过声线追踪，弄清声波在温度梯度场中的真实传播路径，在重建温度场时对路径进行反复逐次修正，将极大地提高温度场的重建精度。

传统的声线追踪算法主要有二阶数值解法、特征值法、角位移法^[11]以及直接利用费马原理和数学变分原理求解的方法^[12-13]等，但这些方法都要求解复杂的偏微分方程组，计算比较复杂，难以适应三维求解。而基于线性声速场假设的三角形前向展开法，则只需进行代数迭代运算，算法简单，并且易扩展至三维计算^[14]。此外，该算法还具有计算速度快、计算精度容易控制等优点。

本文将使用二维空间中的三角形前向展开方法对二维温度梯度场中声波的真正传播路径进行研究，并在具体的温度场模型中对声线追踪算法进行仿真计算和分析。

1 使用三角形前向展开法追踪二维空间中的声线

1.1 三角形前向展开法原理

声线追踪以几何声学为理论基础，在已知介质的声速或折射率分布时，由 Snell 法则决定声路径。而在声速线性变化的空间，声线轨迹为圆弧曲线^[15]。由此，在局部空间对声速分布作线形近似后，声线追踪就简化为求圆弧曲线方程的问题。在二维空间中，由于3点的声速值能够确定一个局部近似的线性声速场，所以空间以三角形网格分割为好。三角形前向展开方法不对空间进行固定的分割，而是在追踪的每一步向声线路径前方伸展出一个等腰三角形区域进行计算，该方法可以同时求出声波实际传播路径的长度及声波的飞行时间。

利用三角形前向展开法进行声线追踪的第一步是确定小三角形及其内部的线性声速场方程。如图1所示。设声线轨迹开始点坐标为 (x_{in}, y_{in}) ，入射方向矢量为 $\mathbf{a}=\{a_x, a_y\}$ 。以入射点为顶点，做一个高为 h ，底边长为 t 的等腰三角形，高的方向和 \mathbf{a} 一

致，三角形3个顶点的坐标都是可求的。而三角形总是可以取得足够小，以使其内部声速分布近似为线性，设该线性声速场为

$$c(x, y) = c_x x + c_y y + c_0 \quad (2)$$

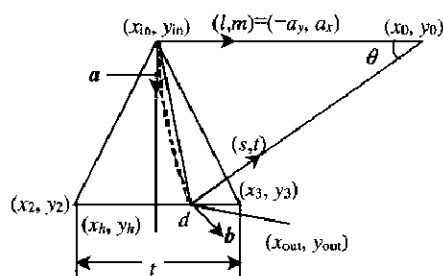


图1 声线与三角形前向展开中的等腰三角形
Fig. 1 Acoustic ray and isosceles triangle in deploying triangles

由三角形的3个顶点对应的声速值就可以确定线性声速场的系数 c_x, c_y, c_0 。

其次，由于线性声速场中的声线路径为圆弧曲线，因此关键在于求解其半径和圆心坐标。由 Snell 法则，可以求出其半径为^[16]

$$R = c_{in} \cdot t / (c_2 - c_3) \quad (3)$$

而其圆心 (x_0, y_0) 恰是声速为零的直线 $c_x x + c_y y + c_0 = 0$ 和垂直于入射声线方向的直线 $y - y_{in} = -a_x / a_y \cdot (x - x_{in})$ (方向余弦为 $\{l, m\} = \{-a_y, a_x\}$)的交点。

最后，确定声线圆弧曲线与三角形底边上的交点，即声线在该三角形区域的终点。声线终点 (x_{out}, y_{out}) 与底边垂足 (x_h, y_h) 的距离为 $d = R - \sqrt{R^2 - h^2}$ ；而 (x_{out}, y_{out}) 和 (x_0, y_0) 所在直线的方向余弦为 $\{s, t\} = \left\{ \frac{x_0 - x_{out}}{R}, \frac{y_0 - y_{out}}{R} \right\}$ ，终点的声线方向 \mathbf{b} 与 $\{s, t\}$ 垂直。由此可以求得声线终点坐标 (x_{out}, y_{out}) 及出射方向矢量 $\mathbf{b} = \{b_x, b_y\}$ 分别为^[16]：

$$\begin{cases} x_{out} = x_h + d \frac{l}{|(l, m)|} \\ y_{out} = y_h + d \frac{m}{|(l, m)|} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} b_x = hR_m \frac{l}{|(l, m)|} + (1 - dR_m) a_x \\ b_y = hR_m \frac{m}{|(l, m)|} + (1 - dR_m) a_y \end{cases} \quad (5)$$

具体算法流程如图2所示。

1.2 声线实际路径长度和传播时间计算

声波实际传播路径长度 D 和传播时间 T 分别为各个小三角形中的路径长度 ΔD_i 和传播时间 ΔT_i 的总和，即有： $D = \sum \Delta D_i$ ； $T = \sum \Delta T_i$ 。

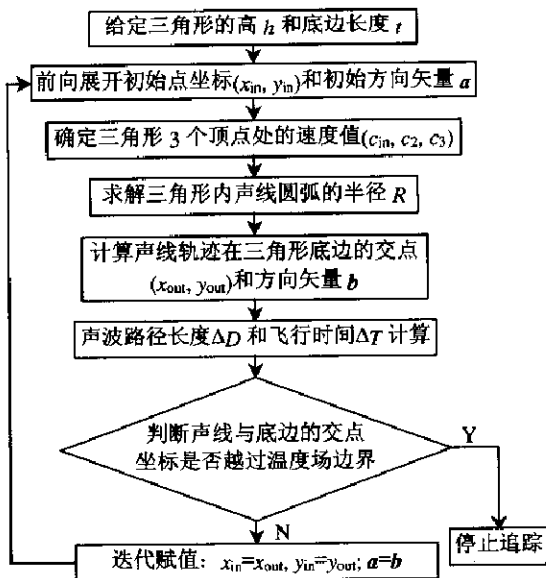


图 2 利用三角形前向展开方法进行声线追踪的算法框图
Fig. 2 Block diagram of acoustic ray tracing by deploying triangles

如图 3 所示，一个小三角形中声线传播路径的长度 ΔD 为其对应圆弧曲线的长度：

$$\Delta D = R \cdot \Delta\theta = R \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad (6)$$

该路径的传播时间 ΔT 为小三角形内声线轨迹的积分：

$$\Delta T = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{r}{c(\theta)} d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{r}{\sqrt{c_x^2 + c_y^2} \cdot r \cdot \sin\theta} d\theta = \frac{1}{2\sqrt{c_x^2 + c_y^2}} \left| \ln \left(\frac{1 + \cos\theta_1}{1 - \cos\theta_1} \cdot \frac{1 - \cos\theta_2}{1 + \cos\theta_2} \right) \right| \quad (7)$$

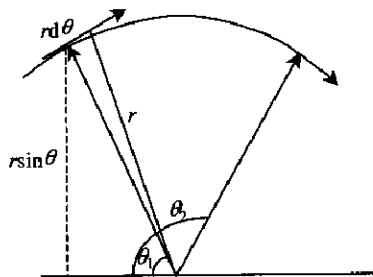


图 3 三角形内声波传播时间的计算
Fig. 3 Calculating the propagating time of sound wave in the triangle

2 仿真计算和结果分析

2.1 声速场的确定及仿真参数的选取

在已知温度场分布的情况下，根据声波速度与温度的单值函数关系式(1)，由温度场可以确定二维空间中的速度场分布为： $c(x, y) = z\sqrt{T(x, y)}$ 。由此即可对温度场中的声线路径进行仿真计算。下面仅就单峰对称温度场和单峰偏斜温度场进行讨论。 h 的选取直接影响算法的精度和运算速度， h 越大精度越低，但运算速度越高^[14]。因此在应用中，应根

据实际情况，综合考虑精度和运算速度的需求，选取合适的 h 。在仿真计算中，设定小三角形的高 $h=0.1\text{m}$ ，底边长 $t=0.1\text{m}$ ，设定区域范围为 $10\text{m} \times 10\text{m}$ ，取 $z=19.08$ ^[1]。对于每个声源点，计算出 19 条声线的轨迹，出射角均匀分布，间隔 9° 。三角形前向展开算法程序在 VC++6.0 环境中运行通过，计算出声线的轨迹、路径长度以及飞行时间；在 Matlab6.5 中完成轨迹的描绘。

2.2 单峰对称温度场

所使用的单峰对称温度场模型为^[12]

$$T(x, y) = \frac{2000}{0.05(x^2 + y^2) + 1} \quad (8)$$

$(-5\text{m} \leq x \leq 5\text{m}, -5\text{m} \leq y \leq 5\text{m})$

其峰值温度为 2000K ，位于点 $O(0, 0)$ 处。其温度场分布图如图 4 所示。

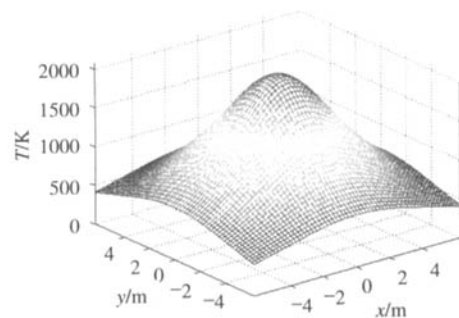


图 4 二维单峰对称温度场分布图
Fig. 4 2-D single peaked symmetry temperature distribution model

图 5、图 6 分别给出了声源 A 位于点 $(-5, 0)$ 和 $(-5, -4)$ 时的声传播路径。图中的圆环曲线是单峰对称温度场的等温线，点 O 是温度场的峰值位置，虚线 AM 是该温度场经过声源点和峰值点的一条对称轴线。由仿真图上可以看出，在 AM 的两侧，声传播路径分别向两侧发散，并且由高温区向低温区弯曲，其弯曲程度随出射角度增大而增加。

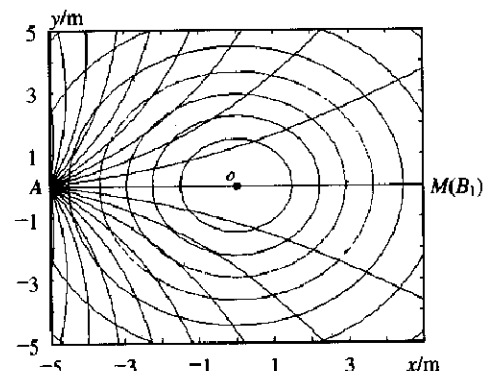


图 5 声源在 $(-5, 0)$ 的声线传播路径
Fig. 5 Propagation path of acoustic ray with the source position at $(-5, 0)$

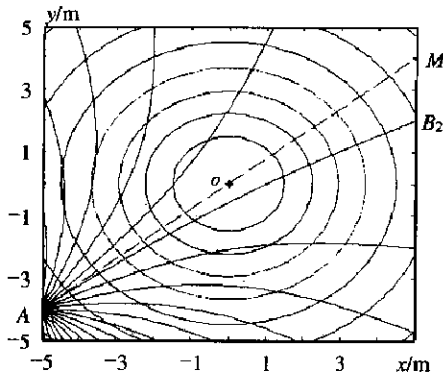


图6 声源在(-5, -4)的声线传播路径
Fig. 6 Propagation path of acoustic ray with the source position at (-5, -4)

由 Snell 法则可以知道, 声线总是弯向低声速的方向, 即向温度低的方向弯曲。因此, 仿真计算的结果和理论结果是一致的。

利用三角形前向展开算法可以同时计算出声线的长度和传播时间, 例如, 计算出的声线 AB_1 (B_1 点的坐标为(5, 0)) 的长度为 $d_1=10.000000\text{m}$, 其飞行时间为 $t_1=0.013824\text{s}$; 声线 AB_2 (B_2 点的坐标为(5, 2.02)) 的长度为 $d_2=11.000006\text{m}$, 其飞行时间为 $t_2=0.016943\text{s}$ 。

2.3 单峰偏斜温度场

所使用的单峰偏斜温度场模型为^[13]

$$T(x, y) = 300 \cdot \exp\left[-\frac{(x-1)^2 + (y-4)^2}{450}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(x-6)^2 + (y-4)^2}{18}\right] + 900 \quad (9)$$

$(0 \leq x \leq 10\text{m}, 0 \leq y \leq 10\text{m})$

其温度场分布图如图 7 所示。其峰值温度为 1183.8K, 位于点 $O(6,4)$ 处。

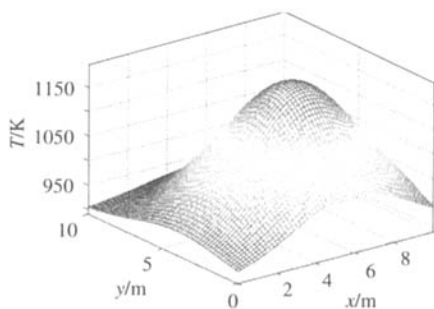


图7 二维单峰偏斜温度场分布图
Fig. 7 2-D single peaked deflective temperature distribution model

图 8、9 分别给出了声源 A 位于点(0, 5)和(0, 0)时的声传播路径。图 8 中绘出了全部 19 条声线, 而图 9 则只能绘制出 9 条声线的路径, 其出射角度依次为 $9^\circ, 18^\circ, 27^\circ, 36^\circ, \dots, 81^\circ$, 出射角大于 81° 的声线由于弯曲而越过了区域边界。同样, 图中的圆环

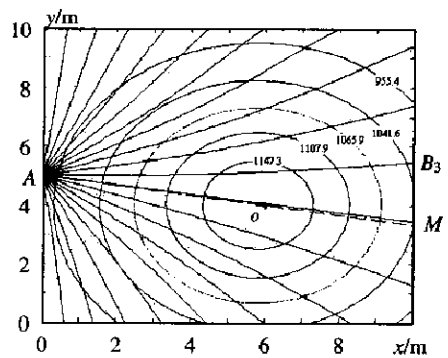


图8 声源在(0,5)的声线传播路径
Fig. 8 Propagation path of acoustic ray with the source position at (0,5)

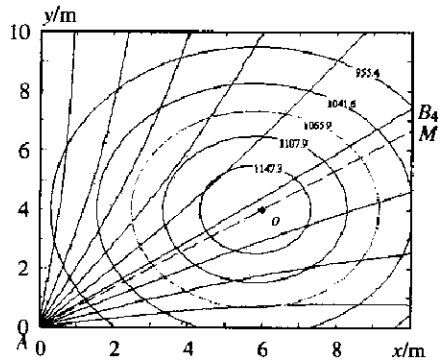


图9 声源在(0,0)的声线传播路径
Fig. 9 Propagation path of acoustic ray with the source position at (0,0)

曲线是该单峰偏斜温度场的等温线, 虚线 AM 是该温度场经过声源点和峰值点 O 的一条对称轴线。在 AM 的两侧, 声传播路径分别向两侧发散, 由高温区向低温区弯曲, 其弯曲程度随出射角度增大而增加。从仿真图中可以看出, 轴线 AM 下侧的声线弯曲程度要大于上侧, 这是和温度场的梯度变化相对应的。

在此例中, 计算出声线 AB_3 (B_3 点的坐标为(10, 5.46)) 的长度为 $d_3=10.000002\text{m}$, 其飞行时间为 $t_3=0.016012\text{s}$; 声线 AB_4 (B_4 点的坐标为(10, 7.44)) 的长度为 $d_4=12.400000\text{m}$, 其飞行时间为 $t_4=0.019999\text{s}$ 。

3 结论

(1) 由 Snell 法则可以知道, 声线总是弯向低声速的方向, 即向温度低的方向弯曲。而在本文仿真结果中, 温度梯度场中的声线路径发生了明显的弯曲, 并且由高温区域向低温区域弯曲。仿真计算的结果和理论结果是一致的。因此, 使用三角形前向展开方法对温度场中的声线轨迹进行追踪是可行的。

(2) 三角形前向展开算法的基础是几何声学, 只对声波的波长有限制(声波的波长与散射体的尺寸相比十分小), 而对温度场没有特殊的要求。由任

意一个已知温度场都可以唯一地确定一个速度场,在三角形前向展开方法中,直接运用此速度场模型,来确定三角形内的近似线形速度场。因此,该算法原则上可应用于任何类型的二维温度场。

(3) 使用三角形前向展开方法对二维温度梯度场中的声线进行追踪,记录声线的轨迹,并可计算出对应声线的实际长度和飞行时间,而这些都是影响声学温度场测量精度的重要因素。使用该算法对声波路径进行追迹,获得声线在不同温度场中的传播规律的先验信息,将有助于提高温度场重建的精度和速度。

参考文献

- [1] 田丰, 邵福群, 王福利, 等. 学法工业炉温度场检测的现状与关键技术[J]. 科学技术, 2002, 30(6): 50-52.
Tian Feng, Shao Fuqun, Wang Fuli, et al. Status and key technology of acoustic method for industrial boiler temperature measurement [J]. Coal Science and Technology, 2002, 30(6): 50-52(in Chinese).
- [2] 张晓东, 高波, 宋之平, 等. 互相关函数法在声学测温技术中的应用研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(4): 185-188.
Zhang Xiaodong, Gao Bo, Song Zhiping, et al. The reconstruction of acoustic measuring of gas temperature employing cross-correlation algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(4): 185-188(in Chinese).
- [3] 刘彤, 荆欣, 庞力平, 等. 发展中的锅炉炉内温度测量技术[J]. 现代电力, 2002, 19(4): 14-20.
Liu Tong, Jing Xin, Pang Liping, et al. Developing measurement of the temperature field of the furnace[J]. Modern Electric Power, 2002, 19(4): 14-20(in Chinese).
- [4] Lu J, Wakai D, Takahashi S, et al. Acoustic computer homograph pyrometry for two-dimensional measurement of gases taking into account the effect of refraction of sound wave paths[J]. Meas Sci Technol, 2000, 22(11): 692-697.
- [5] Astrid Z, Klaus A, Armin R. Acoustic tomography as a remote sensing method to investigate the near-surface atmospheric boundary layer in comparison with situ measurements[J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2002, 19(2): 1205-1215.
- [6] 水谷孝一. 音響波 CT で推定する室内温度分布[M]. 日本: 日本工業出版社, 2001.
- [7] 吴孟余. 工程热力学[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000.
- [8] 田丰, 孙小平, 邓福军, 等. 声学法电站锅炉温度场重建算法的研究和比较[J]. 量子电子学报, 2003, 20(5): 607-612.
Tian Feng, Sun Xiaoping, Deng Fujun, et al. Research and comparison on reconstruction algorithm of temperature field in power plant boilers based on acoustic method[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2003, 20(5): 607-612(in Chinese).
- [9] 田丰, 邵福群, 王福利, 等. 基于正则方法与迭代技术相结合的复杂温度场重建算法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2003, 24(4): 307-310.
Tian Feng, Shao Fuqun, Wang Fuli, et al. A complex temperature field reconstruction algorithm based on combination of regularization method and iterative technology[J]. Journal of Northeastern University(Natural Science), 2003, 24(4): 307-310(in Chinese).
- [10] 谢李兵, 刘彤, 张志刚, 等. 基于迭代和插值算法的二维温度场重建[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(10): 249-252.
Xie LiBing, Liu Tong, Zhang Zhigang, et al. The 2-D temperature reconstruction based on the algorithm of interpolation and iterative [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(10): 249-252(in Chinese).
- [11] Anderson A H, Kak A C. Digital ray tracing in two-dimensional refractive fields[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1982, 72(5): 1593-1606.
- [12] 姜根山, 安连锁, 杨昆, 等. 温度梯度场中声线传播路径数值研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(10): 210-214.
Jiang Genshan, An Liansuo, Yang Kun, et al. Numerical study on the propagation path of sound ray through the temperature gradient field [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(10): 210-214(in Chinese).
- [13] 田丰, 邵福群, 王福利, 等. 基于弯曲路径的复杂温度场重建算法仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(5): 621-623.
Tian Feng, Shao Fuqun, Wang Fuli, et al. Simulation of complex temperature filed reconstruction algorithm based on curved paths [J]. Journal of System Simulation, 2003, 15(5): 621-623(in Chinese).
- [14] 姜薇, 李太宝. 三维声线追踪的正三棱锥前向伸展算法[J]. 声学学报, 2005, 30(5): 404-408.
Jiang Wei, Li Taibao. A three-dimensional sound ray tracing method by deploying regular tetrahedrons[J]. Acta Acustica, 2005, 30(5): 404-408(in Chinese).
- [15] 马大猷. 现代声学理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [16] Yamamoto H, Tabei M, Ueda M. Acoustic ray tracing in discrete wave velocity by deployed triangle[J]. Trans. Inst. Electron. Inf. Commun. Eng. A, 1990, J73-A(7): 1187-1195.

收稿日期: 2006-04-14.

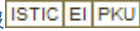
作者简介:

王明吉(1963—), 男, 硕士生导师, 教授, 研究方向为测试计量技术及仪器, wmjglj@163.com;

王瑞雪(1983—), 女, 硕士研究生, 研究方向为测试计量技术及仪器, w.ruiXue002@163.com.

(编辑 车德竞)

利用三角形前向展开法追踪温度梯度场中的声线路径

作者: [王明吉](#), [王瑞雪](#), [WANG Ming-ji](#), [WANG Rui-xue](#)
作者单位: [大庆石油学院电子科学学院, 黑龙江省, 大庆市, 163318](#)
刊名: [中国电机工程学报](#) 
英文刊名: [PROCEEDINGS OF THE CHINESE SOCIETY FOR ELECTRICAL ENGINEERING](#)
年, 卷(期): 2007, 27(5)
被引用次数: 1次

参考文献(16条)

1. [刘彤;荆欣;庞力平](#) 发展中的锅炉炉内温度测量技术[期刊论文]-[现代电力](#) 2002(04)
2. [张晓东;高波;宋之平](#) 互相关函数法在声学测温技术中的应用研究[期刊论文]-[中国电机工程学报](#) 2003(04)
3. [田丰;邵福群;王福利](#) 学法工业炉温度场检测的现状与关键技术[期刊论文]-[科学技术](#) 2002(06)
4. [Yamamoto H;Tabei M;Ueda M](#) Acoustic ray tracing in discrete wave velocity by deployed triangle 1990(07)
5. [马大猷](#) 现代声学理论基础 2004
6. [姜薇;李大宝](#) 三维声线追踪的正三棱锥前向伸展算法 2005(05)
7. [田丰;邵福群;王福利](#) 基于弯曲路径的复杂温度场重建算法仿真研究[期刊论文]-[系统仿真学报](#) 2003(05)
8. [姜根山;安连锁;杨昆](#) 温度梯度场中声线传播路径数值研究[期刊论文]-[中国电机工程学报](#) 2004(10)
9. [Anderson A H;Kak A C](#) Digital ray tracing in two-dimensional refractive fields 1982(05)
10. [谢李兵;刘彤;张志刚](#) 基于迭代和插值算法的二维温度场重建[期刊论文]-[中国电机工程学报](#) 2004(10)
11. [田丰;邵福群;王福利](#) 基于正则方法与迭代技术相结合的复杂温度场重建算法[期刊论文]-[东北大学学报\(自然科学版\)](#) 2003(04)
12. [田丰;孙小平;邓福军](#) 声学法电站锅炉温度场重建算法的研究和比较[期刊论文]-[量子电子学报](#) 2003(05)
13. [吴孟余](#) [工程热力学](#) 2000
14. [水谷孝一](#) 音響波CTで推定する室内温度分布 2001
15. [Astrid Z;Klaus A;Armin R](#) Acoustic tomography as a remote sensing method to investigate the near-surface atmospheric boundary layer in comparison with situ measurements 2002(02)
16. [Lu J;Wakai D;Takahashi S](#) Acoustic computer homograph pyrometry for two-dimensional measurement of gases taking into account the effect of refraction of sound wave paths 2000(11)

引证文献(1条)

1. [王明吉;姜凤红;王瑞雪](#) 利用正三棱锥前向展开法追踪三维温度场声线路径[期刊论文]-[计量技术](#) 2007(12)

本文链接: http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_zgdjgxcb200705006.aspx

授权使用: 浙江师范大学(z.jsfdx), 授权号: 2b917a85-c88f-4e9a-9877-9f08010955e6

下载时间: 2011年6月20日