

# 基于 GA 优化小波 LS-SVR 的惯性器件故障预报

蔡艳宁, 胡昌华

(第二炮兵工程学院 302 教研室, 陕西 西安 710025)

**摘要:** 为了提高最小二乘支持向量回归机的性能, 将 Morlet 小波核函数引入其中, 形成了最小二乘小波支持向量回归机模型。利用待优化的参数重构模型的目标函数和约束条件, 并在此基础上通过遗传算法进行参数选择, 从而提高了该模型的泛化能力。将最小二乘小波支持向量回归机应用于导弹陀螺仪的漂移趋势预测, 仿真实验结果表明了该方法的有效性和可行性, 因此可以为陀螺仪的故障预报、可靠性辅助决策提供依据。

**关键词:** 最小二乘支持向量回归机; 小波核函数; 遗传算法; 惯性器件; 故障预报

中图分类号: TP 391

文献标志码: A

## Inertia device fault prediction based on wavelet LS-SVR optimized by GA

CAI Yan-ning, HU Chang-hua

(Unit 302, The Second Artillery Engineering Inst., Xi'an 710025, China)

**Abstract:** To improve the ability of least square support vector regression algorithm, a least square wavelet support vector regression model by introducing the Morlet wavelet kernel is presented. The object function and constraint condition are reconstructed by the parameters to be optimized. On the base of it, the model parameters are optimized through genetic algorithm. As a result, the model attains the better generalization ability. The least square wavelet support vector regression model is used to forecast the missile gyroscope's drift tendency. The simulation experiment results indicate the feasibility and validation of the algorithm. So it can provide basis for the gyroscope's fault prediction and reliability aid decision.

**Keywords:** least square support vector regression (LS-SVR); wavelet kernel; genetic algorithm (GA); inertia device; fault prediction

### 0 引言

作为导航系统核心的惯性器件, 陀螺仪在整个导航系统中起着十分重要的作用。影响陀螺仪工作精度的一个重要指标就是陀螺漂移。陀螺漂移常又分为常值漂移和随机漂移。在陀螺仪的使用过程中, 可以对陀螺仪常值漂移进行有效补偿, 抵消其对陀螺仪测量精度的影响。随机漂移是影响陀螺仪精度的主要漂移误差, 也是影响陀螺仪性能可靠性的主要因素<sup>[1]</sup>。所以, 利用历史数据, 采用时间序列分析方法对陀螺漂移进行建模, 预测漂移性能的变化趋势, 及时预报陀螺仪故障, 对于提高整个导航系统的精度有着十分重要的意义。

故障预报的核心是预测方法。支持向量机基于统计学习理论, 有着坚实的理论基础, 而且作为结构风险最小化准则的具体实现, 具有全局最优、结构简单、推广能力强等优点。因此, 本文采用回归效率较高的最小二乘支持向量回

归机 (least square support vector regression, LS-SVR) 作为导弹陀螺仪的故障预报模型, 并采用对数据变化趋势刻画能力较强的 Morlet 小波核函数。在此基础上, 采用遗传算法 (genetic algorithm, GA) 算法对预测模型参数进行优化, 从而使预测结果更加趋于实际情况。

### 1 支持向量机

#### 1.1 支持向量回归机

给定训练样本  $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, l$ , 其中  $x_i \in R^n, y_i \in R$ 。根据结构风险最小化准则, 标准 SVR 模型的优化目标和约束条件分别为

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{2}(\omega \cdot \omega) + c \left( \sum_{i=1}^l \xi_i + \sum_{i=1}^l \xi_i^* \right) \\ & \text{s. t. } \begin{cases} y_i - \omega^T \varphi(x_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i \\ \omega^T \varphi(x_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \end{cases} \quad (1) \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, l \end{aligned}$$

收稿日期: 2006-11-07; 修回日期: 2007-01-08。

基金项目: 国家自然科学基金(60736026); 国家教育部新世纪优秀人才支持计划资助课题

作者简介: 蔡艳宁(1980-), 女, 博士研究生, 主要研究方向为支持向量机, 时间序列预测, 故障预报。E-mail: caiyanning666@yahoo.com.cn

式中:  $\epsilon$  为函数的拟合精度,  $\epsilon \geq 0$ ;  $\xi_i, \xi_i^*$  为松弛因子,  $\xi_i, \xi_i^* \geq 0$ ;  $c$  为惩罚函数,  $c > 0$ , 控制对超出误差  $\epsilon$  的样本的惩罚程度。该模型中的一个重要概念是核函数。由 Mercer 定理, 核函数和  $\varphi(x)$  满足关系

$$k(x_i, x_j) = \varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j) \quad (2)$$

因此, 本文可以构造如下形式的回归函数:

$$f(x, \beta) = \sum_{i=1}^l \beta_i K(x, x_i) + b \quad (3)$$

式中:  $K(\cdot, \cdot)$  是核函数, 系数  $\beta_i = \alpha_i - \alpha_i^*$ ,  $i=1, 2, \dots, l$ 。其中的  $\alpha_i, \alpha_i^*$  是最大式(4)的参数, 约束条件如式(5)所示

$$\begin{aligned} W(\alpha, \alpha^*) = & -\epsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) K(x_i, x_j) \quad (4) \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^l \alpha_i = \sum_{i=1}^l \alpha_i^*, 0 \leq \alpha_i \leq C, i=1, 2, \dots, l \\ & 0 \leq \alpha_i^* \leq C, i=1, 2, \dots, l \quad (5) \end{aligned}$$

1.2 最小二乘支持向量回归机

最小二乘支持向量回归机的基本思想最早是由 Suykens, Vandewalle 等人提出的<sup>[2]</sup>。这种算法的核心思想是: 优化指标采用了平方项, 并用等式约束代替了标准的支持向量机不等式约束。从而推出不同的一系列等式约束, 即将二次规划问题转变成线性方程组的求解<sup>[3-4]</sup>。因此, 其计算复杂性得到简化, 求解速度相对加快, 在函数估计和逼近中得到了广泛应用。

下面给出用于回归估计的非线性最小二乘 SVR 算法, 该算法的目标函数和约束函数为

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} (\omega \cdot \omega) + \frac{1}{2} c \sum_{i=1}^l \xi_i^2 \\ \text{s. t. } & \begin{cases} y_i - \omega^T \varphi(x_i) - b = \xi_i \\ i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (6) \end{aligned}$$

相应的 Lagrange 函数如下。

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} (\omega \cdot \omega) + \frac{1}{2} c \sum_{i=1}^l \xi_i^2 - \\ & \sum_{i=1}^l \alpha_i [\omega^T \varphi(x_i) + b + \xi_i - y_i] \quad (7) \end{aligned}$$

式中:  $\alpha_i$  为 Lagrange 乘子。由最小二乘法, 分别对  $\omega, b, \xi_i, \alpha_i$  进行求导, 可以得出

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \rightarrow \omega &= \sum_{i=1}^l \alpha_i \varphi(x_i) \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^l \alpha_i &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \xi_i} = 0 \rightarrow \alpha_i &= c \xi_i \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow \omega^T \varphi(x_i) &+ b + \xi_i - y_i = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

对于  $i=1, 2, \dots, l$ , 消去  $\omega$  和  $\xi_i$ , 并将(8)式写为矩阵形式有

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}^T \\ \mathbf{I} & \mathbf{H}\mathbf{H}^T + \frac{\mathbf{E}}{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{I}$  和  $\mathbf{E}$  分别是  $l \times 1$  的全 1 向量和  $l \times l$  的单位阵,  $\boldsymbol{\alpha} =$

$[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l]^T, \mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_l]^T, \mathbf{H} = [\varphi(x_1)^T, \varphi(x_2)^T, \dots, \varphi(x_l)^T]$ 。根据式(2)可以确定,  $\mathbf{H}\mathbf{H}^T(x_i, x_j) = K(x_i, x_j)$ 。因此, 最后的回归函数形式为

$$f(x, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^l \alpha_i K(x, x_i) + b \quad (10)$$

2 Morlet 小波核函数

在支持向量机中, 一个核函数只要满足 Mercer 条件, 这个函数就是一个可容许的支持向量机核函数。一维母小波函数为  $\varphi(x)$ , 若由其构造的小波核函数满足 Mercer 条件, 则该小波核函数可以成为支持向量机的核函数<sup>[5]</sup>。已有文献证实小波核函数能够提高支持向量机的性能<sup>[6-7]</sup>。目前能满足该条件的母小波种类并不多。本文采用 Morlet 母小波所生成的核函数作为 LS-SVR 的核函数。

取 Morlet 母小波函数的形式为  $h(x) = \cos(1.75x) \cdot \exp(-\frac{x^2}{2})$ , 伸缩因子为  $l$ , 且  $l, x \in R$ , 变量  $x, x' \in R^N$ , 则子波核(11)可成为支持向量机的核函数<sup>[8]</sup>。

$$\begin{aligned} K(x, x') = & \prod_{i=1}^N h\left[\frac{x_i - x'_i}{l_i}\right] = \\ & \prod_{i=1}^N \left[ \cos\left(1.75 \times \frac{x_i - x'_i}{l_i}\right) \exp\left(-\frac{\|x_i - x'_i\|^2}{2l_i^2}\right) \right] \quad (11) \end{aligned}$$

于是基于此子波核函数可构造支持向量回归机函数形式如下。

$$f(x) = \sum_{i=1}^l \alpha_i K(x, x_i) + b = \sum_{i=1}^l \alpha_i \prod_{j=1}^N \left[ \cos\left(1.75 \times \frac{x_j - x_{(i)j}}{l_j}\right) \exp\left(-\frac{\|x_j - x_{(i)j}\|^2}{2l_j^2}\right) \right] + b \quad (12)$$

式中:  $x_j, x_{(i)j}$  分别表示  $x, x_i$  的第  $j$  个分量,  $N$  表示输入向量的维数,  $\boldsymbol{\alpha}, b$  由(9)式可以求出。

需要指出的是式(11)所示的核函数之所以是一种较为优秀的核函数是因为子波核函数不仅具有非线性映射的特征而且也继承了小波分析对非平稳信号的逐级精细描述的特征。因而采用子波核函数的小波支持向量机能够以较高的精度逼近任意函数, 这是传统的核函数所不具备的。

本文将 Morlet 小波核函数引入到 LSSVR 中来构造新形式的支持向量回归机——最小二乘小波支持向量回归机 (least square wavelet support vector regression, LS-WSVR)。

3 GA 优化 LS-WSVR 模型参数

遗传算法作为一种新的全局优化搜索算法, 是一种有效的解决最优化问题的途径。它最先是 John Holland 于 1975 年提出的。遗传算法的本质是模仿自然选择和进化思想在高维空间中进行寻优。其具有简单通用、鲁棒性强、适于并行处理及高效实用等显著特点, 在各个领域得到了广泛应用, 取得了良好的效果。

SVR 的模型参数和核函数参数的确定是影响预测精度的重要因素。在传统的 SVR 方法中, 这两种参数的选择往往凭借经验采用 cross-validation 的方法, 缺乏理论基础, 影响了 SVR 的学习效率和回归能力。鉴于 GA 具有优秀的全局搜索能力, 本文设计了一种将 GA 和 LS-WSVR 相结合的陀

陀螺漂移预测模型。采用遗传算法对 LS-WSVR 模型的参数进行优化,大大降低了参数选择的人为因素,提高了 SVR 的预测效果。使用 GA 最重要的一点是设计适应度函数,这里以平均相对误差作为适应度函数,如式(13)所示。

$$e(A_i, F_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left| \frac{A_i(j) - F_i(j)}{A_i(j)} \right| \times 100\% \quad (13)$$

式中:  $A_i, F_i$  分别表示第  $i$  次迭代后所得的真实值和预测值向量,  $n$  为预测样本个数。采用遗传算法优化模型和核函数参数,建立最终的 LS-WSVR 预测模型算法流程如下。

BEGIN

**步骤 1** 初始化代数变量  $g=1$ ; 确定优化参数的初始范围; 随机产生  $N$  组优化参数初始值(初始种群); 设置迭代代数  $G_{max}$ , 适应值最大值  $F_{max}$ ; 确定交叉概率值与变异概率值; 建立 LS-WSVR 模型, 得到初始种群中各个体所对应的预测值; 按照公式(13)计算初始种群各个体的适应度值。

**步骤 2** while( $g < G_{max}$  & &  $\max(e(A_i, F_i)) < F_{max}$ ) Do 根据初始种群的适应度函数值选择一些较优的个体。按照交叉概率均匀交叉产生新的个体, 并按变异概率对个体进行变异操作形成新的种群。建立 LS-WSVR 模型, 得到种群中各个体所对应的预测值; 按照公式(13)计算各个新个体的适应度值。

代数增 1:  $g = g + 1$ 。

**步骤 3** 得出最优参数。

**步骤 4** 利用最优参数构造最终的 LS-WSVR 模型。

END

## 4 惯性器件故障预报实例

### 4.1 预报实例

作为惯性器件的陀螺仪是导弹控制系统的重要组成部分,对其漂移度进行预测具有十分重要的意义。下面运用基于 GA 优化 LS-WSVR 方法对某陀螺仪的一批漂移数据进行预测, 并和 LS-SVR 方法进行比较。以该陀螺仪的 58 个逐日漂移数据作为样本数据。9 个数据组成一个样本, 其前 8 个值作为输入数据, 后 1 个值是期望输出。将形成的 50 个样本分成两组, 前 42 个构成训练样本用于建模, 后 8 个构成检验样本用于预测。运用 MATLAB 6.5 进行仿真, 所得预测结果如图 1 所示。

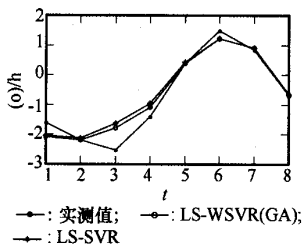


图 1 LS-SVR 和 LS-WSVR(GA) 预测结果比较

图 1 分别是用 LS-SVR 和基于 GA 的 LS-WSVR 算法进行回归预测的结果。从中大致可以看出两种方法对陀螺仪的漂移趋势都有比较准确的预测结果。但是基于 GA 的 LS-WSVR 算法的预测精度要高于 LS-SVR, 相同条件下,

两者的训练时间相当。比较结果如表 1 所示。

表 1 LS-SVR 和 LS-WSVR(GA) 预测结果

组别	实测值	LS-WSVR(GA)	LS-SVR
1	-1.606 4	-2.085 9	-2.034 7
2	-2.209 2	-2.209 2	-2.122 1
3	-2.540 3	-1.796 8	-1.644 0
4	-1.422 7	-1.105 0	-0.960 2
5	0.380 8	0.380 8	0.424 9
6	1.497 8	1.218 5	1.215 7
7	0.850 8	0.899 5	0.910 3
8	-0.684 5	-0.684 5	-0.653 1
平均相对误差		13.23%	17.55%

### 4.2 故障预报原理

以平均相对误差为例来说明故障预报的基本原理。利用最终的 LS-WSVR 模型可以得到预测值向量  $y$ , 真实值向量用  $y$  表示。导弹陀螺仪故障预报平均相对误差用  $\rho$  表示, 则

$$\rho = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{y_k - \hat{y}_k}{y_k} \right| \quad (14)$$

式中:  $n$  为预测样本的个数。

将  $\rho$  与故障报警控制限  $\rho_0$  ( $\rho_0$  根据经验确定) 进行比较:

若  $\rho \leq \rho_0$ , 则认为器件正常;

若  $\rho > \rho_0$ , 则认为器件存在故障趋势。

如果能在  $\rho > \rho_0$  实际发生之前给出“预警”和可能出现的故障, 则对故障早期预防具有重要的实际意义。

## 5 结束语

本文将 Morlet 小波核引入到 LS-SVR 中建立了一个导弹陀螺仪漂移趋势的预测模型 LS-WSVR, 并采用 GA 对模型参数进行优化。仿真结果证明了该模型的可行性和有效性。将其用于导弹惯性器件故障预报, 对提高导弹控制系统的故障早期发现能力, 避免导弹设备在故障状态下运行, 提高设备的安全性, 减少维护等方面具有广阔的应用前景。

### 参考文献:

- [1] 周志杰, 胡昌华, 韩晓霞. 基于非平稳时间序列的陀螺漂移性能建模与预测方法研究[J]. 电光与控制, 2005, 12(3): 23-26.
- [2] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector, machine classifiers[J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293-300.
- [3] Wei Chu, Chong Jin Ong, Keerthi S S. An improved conjugate gradient scheme to the solution of least squares SVM[J]. Neural Networks, 2005, 16(2): 498-501.
- [4] Suykens J A K, Vandewalle J. Optimal control by least squares support vector machines[J]. Neural Networks, 2001, 14(1): 23-35.
- [5] 武方方, 赵银亮. 一种基于 Morlet 小波核的约简支持向量机[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 848-852.
- [6] 杨光, 张国梅, 刘星宇. 基于小波核 LS-SVM 的网络流量预测[J]. 微机发展, 2005, 15(12): 125-128.
- [7] 武方方, 赵银亮. 最小二乘 Littlewood-Paley 小波支持向量机[J]. 信息与控制, 2005, 34(5): 604-609.
- [8] 张莉, 周伟达, 焦李成. 子波核函数网络[J]. 红外与毫米波学报, 2001, 20(3): 223-227.

# 基于GA优化小波LS-SVR的惯性器件故障预报

作者: [蔡艳宁](#), [胡昌华](#), [CAI Yan-ning](#), [HU Chang-hua](#)  
作者单位: [第二炮兵工程学院302教研室, 陕西, 西安, 710025](#)  
刊名: [系统工程与电子技术](#) [ISTIC](#) [EI](#) [SCI](#) [PKU](#)  
英文刊名: [SYSTEMS ENGINEERING AND ELECTRONICS](#)  
年, 卷(期): 2008, 30(1)  
引用次数: 0次

## 参考文献(8条)

1. [周志杰](#), [胡昌华](#), [韩晓霞](#) [基于非平稳时间序列的陀螺漂移性能建模与预测方法研究](#)[期刊论文]-[电光与控制](#) 2005(3)
2. [Suykens J A K](#), [Vandewalle J](#) [Least squares support vector, machine classifiers](#) 1999(3)
3. [Wei Chu](#), [Chong Jin Ong](#), [Keerthi S S](#) [An improved conjugate gradient scheme to the solution of least squares SVM](#) 2005(2)
4. [Suykens J A K](#), [Vandewalle J](#) [Optimal control by least squares support vector machines](#) 2001(1)
5. [武方方](#), [赵银亮](#) [一种基于Morlet小波核的约简支持向量机](#)[期刊论文]-[控制与决策](#) 2006(8)
6. [杨光](#), [张国梅](#), [刘星宇](#) [基于小波核LS-SVM的网络流量预测](#)[期刊论文]-[微机发展](#) 2005(12)
7. [武方方](#), [赵银亮](#) [最小二乘Littlewood-Paley小波支持向量机](#)[期刊论文]-[信息与控制](#) 2005(5)
8. [张莉](#), [周伟达](#), [焦李成](#) [子波核函数网络](#)[期刊论文]-[红外与毫米波学报](#) 2001(3)

## 相似文献(0条)

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_xtgcydzjs200801045.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_xtgcydzjs200801045.aspx)

下载时间: 2010年1月21日