

基于遗传算法的曲轴优化设计研究

农业机械化及其自动化专业：雷超

指导教师：张黎骅教授

摘要：本文主要提出了一种用现代优化理论的遗传算法对曲轴参数优化设计的方法。在曲轴优化模型的中，在曲轴受的切应力强度、弯曲应力强度、滑动轴承许用压强以及自身边界条件约束下，以曲轴体积最小作为目标函数，并采用遗传算法求解该优化模型的最优设计参数。经过和实际曲轴参数对比，发现用遗传算法求得的曲轴参数明显优于实际曲轴参数。

关键词：曲轴 优化设计 遗传算法

Crankshaft's optimal design based on the genetic algorithm

Department of Agricultural machinery: Lei Chao

Supervisor:: Professor Zhang Lihua

Abstract: This paper provides one kind of crankshaft's optimal design based on modern optimization theory of the genetic algorithm. In the processing of this optimal model, the restraint conditions are constrained by the shear stress strength, bending stress strength, sliding bearing's permissonal pressure strength and self-restraint boundarying, and the total aim is the minimum of the crankshaft's volum. The method of genetic algorithm is used to slove this optimization model. By contrast, crankshaft's optimal design is remarkable supurior to the practicing design.

Key words: Crankshaft Optimal design Genetic algorithm

1. 引言

曲轴的制造工艺是将曲轴毛坯经过机械加工成成品的加工过程。机械加工是用切削刀具或砂轮从上件上除去多余的金属，从而达到零件图纸要求的形状、尺寸和表面粗糙度的机械零件的加工方法。尺寸精度是衡量工件加工质量的重要内容由于它直接影响用料及末端废物的产生量，因而在加工过程中，对尺寸加工精度和持续保持性提出了越来越高的要求。因此，在传统曲轴尺寸设计中，设计者通常沿用传统的经验类比法进行设计。如果达不到设计要求，则对方案进行调整，再一次分析校核，如此反复工作以获得满意的设计结果。该设计流程可

以概括为“设计—评价—再设计”。这种人工试凑的经验设计方法。不仅重复劳动，花费大量设计时间，尤其其尺寸精度差的特点，造成大量的原材料的浪费，那么，需要对曲轴尺寸参数优化成为了解决这一问题的有效方法。

遗传算法基本思想基于Darwin进化论和Mendel的遗传学说，其本质是一种高效、并行、全局搜索的方法，它能在搜索过程中自动获取和积累有关搜索空间的知识，并自适应地控制搜索过程以求得最优解。它通过染色体的繁殖、交叉和基因突变现象，在每次迭代中都保留一组候选解，并按适应度函数值的大小从解群中选取较优的个体，利用遗传算子(选择、交叉和变异)对这些个体进行组合，产生新一代的候选解群，重复此过程，直到满足某种收敛指标为止。遗传算法作为一种复杂问题的智能算法，之所以具有强鲁棒性、高适应性及全优化性等特点，其中重要的理论基础就是霍兰(Holland)提出的基于二值串表示的Schema模式定理和积木块假设。模式定理保证了在一定条件下较优的模式样本数呈指数级增长，从而满足了寻找最优解的必要条件，即遗传算法存在找到全局最优解的可能性。而积木假说则指出了遗传算法具备找到全局最优解的能力。

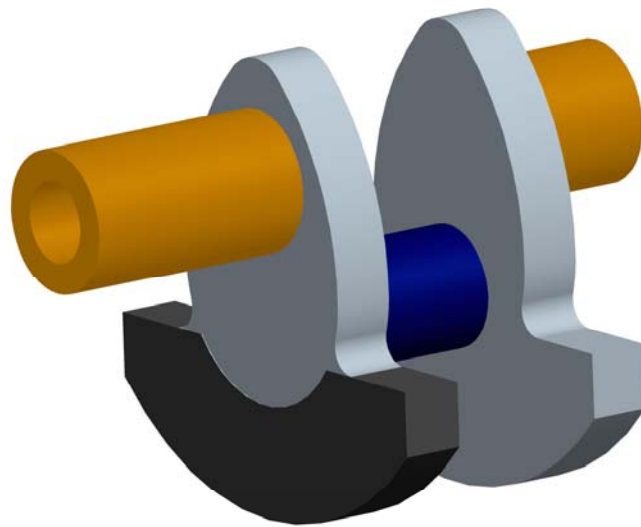


图1：曲轴优化设计图

2. 曲轴优化建模

为了更好的将物理模型转化为数学模型，不仅要把曲轴体积作为目标函数进行优化计算，考虑到曲轴工作复杂的工况，还要将切应力、弯曲应力和压力等影响因素作为约束条件计入到曲轴优化数学模型中，才能在保证曲轴工作强度、寿命的基础上，优化曲轴毛坯参数。

2.1 设计变量的分析和建立

曲轴如图1所示，曲轴结构简化成图示模型结构示意图，见图2。关键尺寸有主轴颈内径 d_0 和外径 d_0' 、连杆轴颈内径 d_A 和外径 d_A' 、曲柄大圆半径 R 、曲柄小圆半径 r 。因此，曲轴的优化设计变量为

$$X = [d_0, d_0', d_A, d_A', R, r]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T \quad (2-1)$$

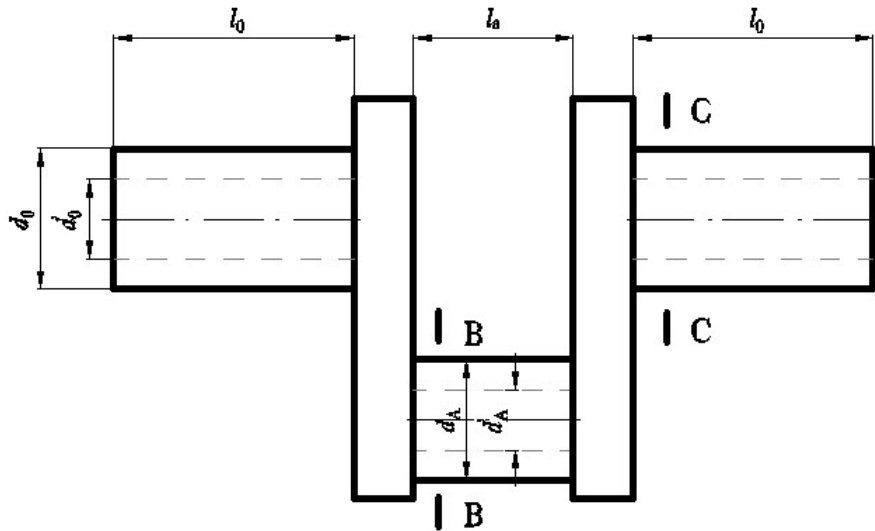


图2：曲轴简化示意图

2.2 目标函数的分析和建立

以使曲轴的名义体积最小，即质量最轻、节省材料为目标。曲轴的名义体积为

$$V_{\text{总}} = V_{\text{连杆轴颈}} + 2 \cdot V_{\text{主轴颈}} + 2 \cdot V_{\text{曲柄}}$$

其中，由图2易得到： $V_{\text{连杆轴颈}} = \frac{1}{4} \pi l_a (d_A'^2 - d_A^2)$ 和 $V_{\text{主轴颈}} = \frac{1}{4} \pi l_0 (d_0'^2 - d_0^2)$ ，曲柄的体积见下图3，

有如下等量关系

$$V_{\text{曲柄}} = S_{\text{面积}} \cdot a$$

其中 $S_{\text{面积}}$ 的几何关系见图4，曲柄大圆和曲柄小圆之间的弧线用一条直线近似代替，于是 $S_{\text{面积}}$ 就等于中间的直角梯型的面积和两个圆的部分面积，可列出如下曲柄的体积



图3：曲柄结构

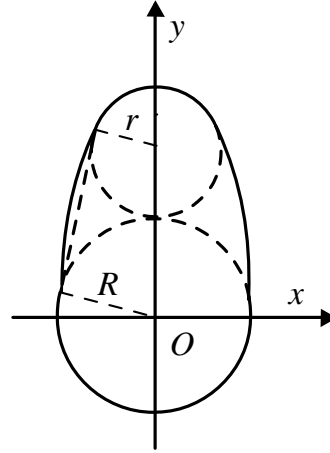


图4：曲柄面积

$$V_{\text{曲柄}} = S_{\text{面积}} \cdot a = 2 \cdot \left[\frac{(R+r)^2}{2\sqrt{1-\left(\frac{R-r}{R+r}\right)^2}} + \frac{r^2 - R^2}{2} \arccos\left(\frac{R-r}{R+r}\right) + \frac{\pi}{2} R^2 \right]$$

由上三式可构造目标函数如下式所示

$$\min V_{\text{总}} = \frac{1}{4} \pi d_a (d_A'^2 - d_A^2) + \frac{1}{2} \pi d_0 (d_0'^2 - d_0^2) + 4a \left[\frac{(R+r)^2}{2\sqrt{1-\left(\frac{R-r}{R+r}\right)^2}} + \frac{r^2 - R^2}{2} \arccos\left(\frac{R-r}{R+r}\right) + \frac{\pi}{2} R^2 \right] \quad (2-2)$$

2.3 约束条件的分析和建立

分析曲轴工作环境的受力情况，建立约束条件：

(1) 设计变量的边界条件。根据曲轴实际设计确定各变量的边界条件如下：

$$R > \frac{d_0'}{2}, r > \frac{d_A'}{2}, T \leq F \cdot r, M \leq F \cdot R, d_0' > d_0, d_A' > d_A, R > r \quad (2-3)$$

上述不等式中， F 为最大柱塞力，单位KN； T 为曲轴所传递的扭矩，单位KN·mm； M 为曲

轴截面所受的弯矩，单位KN·mm；其它各变量单位为mm。

(2) 切应力强度条件。如图2所示，曲轴的危险截面出现在主曲轴颈的中央C-C截面和连杆颈端部的B-B截面。B-B截面受到弯扭联合作用，但扭矩比弯矩大得多，故可以只核算其扭矩作用，其剪切应力 τ_{B-B} 强度条件应当满足下式

$$\tau_{B-B} = \frac{T}{5088.448d_0^3(1-\alpha^4)} \leq [\tau] \quad (2-4)$$

式中， $\alpha = \frac{d_0}{d_0'}$ 。

(3) 弯曲应力强度条件。C-C截面受到弯扭联合作用，但弯矩比扭矩大得多，因此对于一般设计，只考虑其弯矩作用。其弯曲应力 σ_{C-C} 强度条件应当满足下式

$$\sigma_{C-C} = \frac{10190.087M}{d_A^3(1-\alpha^4)} \leq [\sigma] \quad (2-5)$$

式中， $\alpha = \frac{d_A}{d_A'}$ 。 $\sigma_{C-C} = \frac{10190.087M}{d_A^3(1-\alpha^4)} \leq [\sigma]$

2.4 曲轴优化模型的建立

根据以上分析和方程可以得到曲轴的优化模型为：

$$\begin{aligned}
 \min Z &= \frac{1}{4} \pi l_a (x_4^2 - x_3^2) + \frac{1}{2} \pi l_0 (x_2^2 - x_1^2) + 4aS \\
 S &= \frac{(x_5 + x_6)^2}{2\sqrt{1 - \left(\frac{x_5 - x_6}{x_5 + x_6}\right)^2}} + \frac{x_6^2 - x_5^2}{2} \arccos\left(\frac{x_5 - x_6}{x_5 + x_6}\right) + \frac{\pi}{2} x_5^2 \\
 \text{s.t. } &\left\{ \begin{aligned}
 &\frac{T}{5088.448x_2^3(1 - (x_1/x_2)^4)} \leq [\tau] \\
 &\frac{10190.087M}{x_4^3(1 - (x_3/x_4)^4)} \leq [\sigma] \\
 &x_5 > \frac{x_2}{2}, \\
 &x_6 > \frac{x_4}{2}, \\
 &T \leq F \cdot x_6, \\
 &M \leq F \cdot x_5, \\
 &d'_0 > d_0, \\
 &d'_A > d_A, R > r
 \end{aligned} \right. \quad (2-7)
 \end{aligned}$$

3. 曲轴优化模型的求解及结论

3.1 主要尺寸的确定

本文采用S195/S1100型柴油机195-05006型曲轴，195-05006型曲轴材料为球磨铸铁QT400-15，该材料许用弯曲应力 $[\sigma] = 0.36\sigma_b = 0.36 \cdot 400 = 144 \text{ Mpa}$ ，许用剪切应力 $[\tau] = 0.31 \cdot \sigma_b = 0.31 \cdot 400 = 124 \text{ Mpa}$ ，最大柱塞力 $F = 40 \text{ KN}$ ，曲轴所传递的扭矩 $T = 200 \text{ KN}\cdot\text{mm}$ ，曲轴截面所受的弯矩 $M = 250 \text{ KN}\cdot\text{mm}$ 。

曲轴主要尺寸取决于曲轴上的受力情况。初步设计时非关键参数可取下列值，见表1。

表 1 非关键参数值

曲轴参数	参数值
主轴颈长度 l_0	20mm
连杆轴颈长度 l_a	25mm
曲柄宽度 a	5mm

3.2 遗传算法求解优化模型

3.2.1 遗传算法参数确定

遗传算法的三个主要操作算子是选择、交叉和变异，它们构成了遗传算法的基本操作，使遗传算法具备了其他传统方法所没有的特性。

(1) 问题编码

编码是遗传算法的基础，遗传算法不是对研究对象直接进行讨论，而是通过某种编码机制把对象统一赋予由特定符号(字母)按一定顺序排成的串再进行优化。目前主要有二进制编码、实数编码以及二进制与实数混合编码三种方式。

(2) 种群初始化

由于遗传算法执行群体型操作，所以必须为遗传操作准备一个由若干个属于解空间的初始解组成的初始群体，GA算法以这些初始群体进行初始迭代。

(3) 适应度函数的确定

适应度函数是根据目标函数确定的，用来评估个体或解的优劣是算法进化过程的驱动力，是进行自然选择的唯一依据。适应度函数的选取至关重要，它直接影响到收敛速度，即最终能否找到最优解。

$$\phi(\alpha) = \delta(f(\tau(\alpha)))$$

式中， α 为个体， τ 为个体的译码函数， f 为具体求解问题的表达式； δ 为变换函数， δ 的作用是确保适应度函数值为正，并且最好的个体其适应度函数值最大。

(4) 遗传操作设计

选择、交叉和变异是遗传算法的3个主要操作算子，构成了所谓的遗传操作，使遗传算法具有了传统方法所没有的特征。选择是从种群中选择生命力强的染色体产生新种群的过程。依据每个染色体的适应度值的大小，适应度值越大，被选中的概率就越大，其子孙在下一代产生的个数就越多。目前最常用的实现方法是轮盘赌模型。该方法也称作适应度值比例法或蒙特卡罗选择。在该方法中，各个个体的选择概率和其适应度值成比例。

1. 选择

选择操作是模仿自然界的优胜劣汰、适者生存原则，从父代种群中选择出优良个体，使它有机会保留用以繁殖后代，从而提高遗传算法的全局收敛性和计算效率。适应度值是判断染色体优良与否的标准，个体的适应度值越大，它被选择的机会就越多。不同的问题可以采用不同的选择方法，这里选用轮盘赌方法。

设群体大小为 n ，其中个体 i 的适应度值为 f_i ，则个体 i 被选择的概率 P_i 为：

$$P_i = f_i / \sum_{i=1}^N f_i \quad (2-12)$$

由(2-12)式可知，概率反映了个体的适应度在整个群体适应度总和中所占的比例，个体适应度越大，其被选择的概率越高，反之越低。

用正比于个体适应度值的概率来选择个体，即产生随机数 $\varepsilon \in [0,1]$ ，若 $\sum_{i=1}^{i-1} f_i / \sum_{i=1}^N f_i \leq \varepsilon < \sum_{i=1}^i f_i / \sum_{i=1}^N f_i$ 选择个体 i 进行复制， f_i 为个体 i 的适应度值。轮盘赌注法原理见下图3。

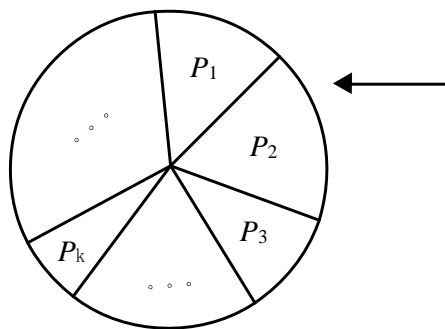


图4：轮盘赌选择示意图

在图4中，指针的位置不变，圆盘可以自由转动，圆盘中每个扇形表示个体适应度值的概

率。圆盘转动若干圈后停止，指针指向的位置便是被选中的个体。从统计概率来讲，适应度值越大，扇形面积越大，则被选中的概率越大；反之，适应值小的个体被选中的可能性小，但也有可能被选中。

2. 交叉

交叉又被称为重组或配对，它是结合来自父代染色体的特征，组合出新的染色体，以便对解空间进行有效搜索，同时又降低对有效模式的破坏概率。二进制编码GA通常采用单点交叉和多点交叉，这里选择单点交叉。

首先在个体串上随机设定一个交叉点，进行交叉操作时，对换交叉点后的子串，生成两个新的个体。如图5所示：

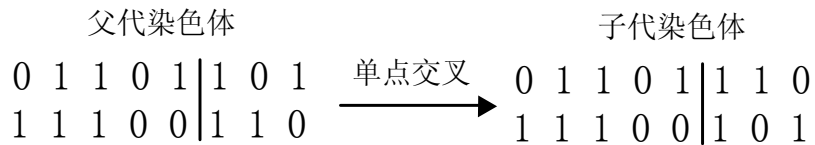


图5：单点交叉

3. 变异

进行变异操作时，变异概率不宜过大，否则遗传算法便退化为随机搜索，遗传算法的一些重要数学特性和搜索能力就不复存在了。常用的变异操作方法有互换变异(SWAP)、逆序变异(INV)、插入变异(INS)几种，它们对二进制编码和实数编码的个体都是适用的，这里选择互换变异(SWAP)。

互换变异，是指首先随机确定染色体的两个位置，然后交换这两个位置的基因。设父代染色体为[3 1 6 5 0 9 1]，若随机确定的两个位置为2,6，则互换变异后的染色体为[3 9 6 5 0 1 1]，如图6所示。

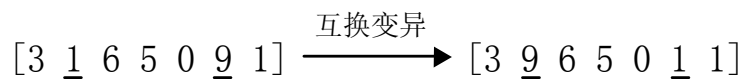


图6：互换变异

3.2.2 遗传算法流程图

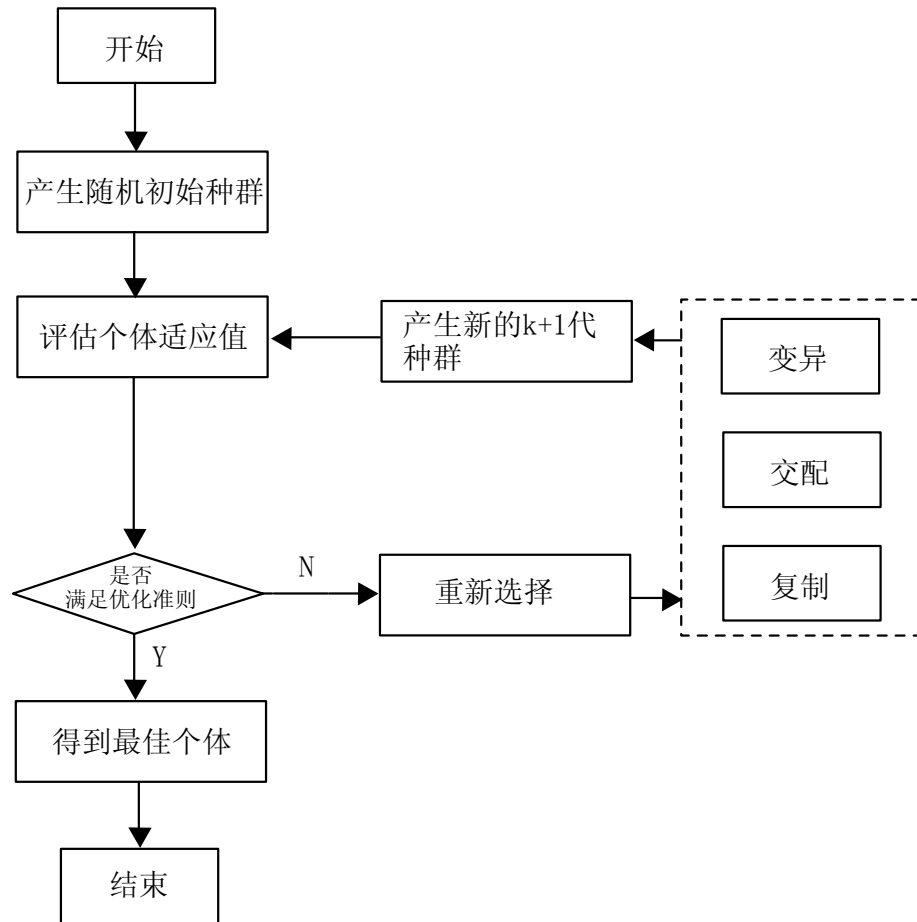


图7：遗传算法流程

3.2.3 遗传算法惩罚函数的分析和确立

外罚函数法，也称外点法。通过把约束条件转换为惩罚函数，构造出新的目标函数，就使得有约束优化问题转化为无约束的优化问题，可用求解无约束的优化问题的方法来解有约束的优化问题。

对于曲轴的约束优化问题，可构造加法形式的新的目标函数 $eval = Z(x) + p(x)$ ， $p(x)$ 为惩罚函数，其表达形式如下：

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \in S \\ \sum_{i=1}^m (r_i g_i(x))^2 + \sum_{j=1}^n (k_j h_j(x))^2, & x \notin S \end{cases} \quad (2-13)$$

式中， r_i 是不等式约束 g_i 的可变惩罚系数； k_j 是等式约束 h_j 的可变惩罚系数； S 为可行域。

根据 (2-3) 式~ (2-6) 式采用外点法得到下列遗传算法的惩罚函数。

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \in S \\ r \sum_{i=1}^3 g_i(x), & x \notin S \end{cases} \quad (2-14)$$

式中，不等式约束的惩罚系数 $r = 100$ ；不等式约束 $g_i(x)$ 可表述为下述矩阵。

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\tau] - \frac{T}{5088.448x_2^3(1-(x_1/x_2)^4)} \\ [\sigma] - \frac{10190.087M}{x_4^3(1-(x_3/x_4)^4)} \\ x_5 - \frac{x_2}{2} \\ x_6 - \frac{x_4}{2} \end{bmatrix}$$

3.2.4 遗传算法求解模型结果分析

经过 *Matlab* 的遗传算法工具箱的运算，得到如下优化结果（见表2）和遗传算法性能曲线（见图8）。

表 2 遗传算法优化结果

曲轴参数	参数值
主轴颈内径 d_0	
主轴颈外径 d'_0	
连杆轴颈内径 d_A	
连杆轴颈外径 d'_A	
曲柄大圆半径 R	
曲柄小圆半径 r	

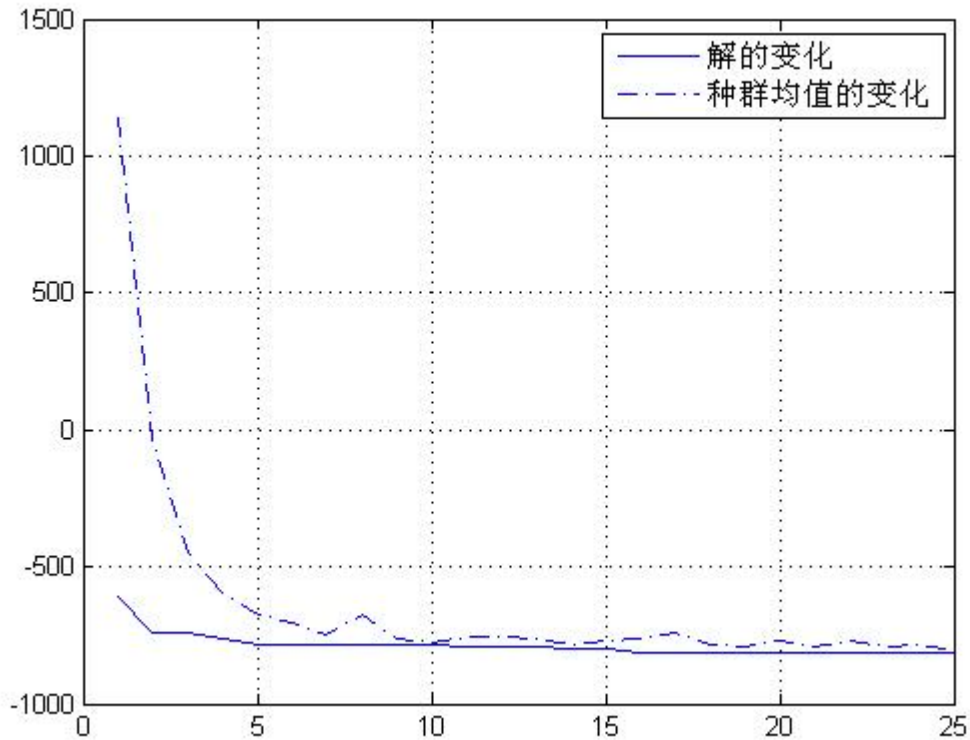


图8: 遗传算法性能曲线

3.3 结果分析及结论

经过和实际的曲轴设计参数对比，得到如下对比结果（见表3）。

表3 对比结果

曲轴参数	实际值	优化值	相对优化值 (%)
主轴颈内径 d_0			
主轴颈外径 d'_0			
连杆轴颈内径 d_A			
连杆轴颈外径 d'_A			
曲柄大圆半径 R			
曲柄小圆半径 r			

由表 3 结果可以看出：经过遗传算法优化的曲轴设计明显优于曲轴实际设计，避免了因经验设计造成的材料上的残留浪费，该方案能够在实际当中广泛应用。目前，优化设计研究已经得到国内外相关学者的广泛关注。在各种优化设计中，使用遗传算法优化能够克服传统优

化算法容易陷入局部最优的缺陷，在优化设计的算法选择上有得天独厚的优势。

参考文献

- [1]杨子良. 基于GA全局优化的BP神经网络在岩土工程中的应用[D].安徽: 河海大学,2008.
- [2]王金枝,孔保华. 基于遗传算法的车间作业调度问题研究 [D].长春: 长春理工大学,2008.
- [3]雷英杰,张善文等. MATLAB遗传算法工具箱及应用[M].西安: 西安电子科技大学出版社,2003,P107-P142.
- [4]黄政,张继春. 曲轴有限元分析与优化设计研究[J].昆明理工大学学报,2006(8): 48-49.
- [5]李同杰,王娟,孙启国. 基于MATLAB_SIMULINK的单缸柴油机活塞曲轴系统动力学仿真[J].现代机械, 2007(1): 38-39.
- [6]成大先.机械设计手册轴及其联接[M].北京: 化学工业出版社,2004,P33-P42.
- [7]姜启源,谢金星等. 数学模型[M].北京: 高等教育出版社,2003.
- [8]张宏远. 六缸发动机曲轴模态分析[J].科技创新导报,2008(16).
- [9]彭禹,郝志勇. 基于仿真分析的曲轴平衡重动态优化设计[J].浙江大学学报,2007,41(11): 1983-1985.
- [10]孙连科,唐斌,薛冬新,宋希庚. 柴油机曲轴有限元分析及结构优化设计[J].拖拉机与农用运输车,2007,34(06) .
- [11]彭禹, 郝志勇. 曲轴平衡重动态优化设计方法研究[J].农机化研究,2007,03: 56-58.
- [12]Garg N,Churey J J&Splitstoesser D F.Effect of processing conditions on the microflora of fresh-cutvegetables. Journal of Food Protection,1990,53(8): 701-703.
- [13]杨良.汽车曲轴绿色制造技术研究[D].安徽: 河海大学,2008.
- [14]孙军,符永红等. 基于粒子群算法的内燃机曲轴轴承优化设计[J].内燃机,2008,2(4): 13-15.
- [15]尤小梅,马兴国等. 某型军用V8发动机曲轴动态强度分析[J].设计与研究,2008(6): 1-4.
- [16]翁航萍,宋翠英,王盼盼. 矿用发动机曲轴断裂关键影响因素的分析和研究[J].煤炭工程,2008(7): 73-76.

致 谢

本次毕业论文能够顺利完成，首先要感谢我的导师张黎骅教授的悉心指导和多次修改，此外，还要感谢在大学四年学习中教导、关心我的老师们和帮过、鼓励我的同学们。最后祝大家身体健康，精神愉快、万事如意、生活圆满！

谢谢大家！

附录

附录 1 遗传算法main.m主程序

```
cputime=0;tic;
clc;clear all
NIND=100;
NVAR=6;
MAXGEN=250;
PRECI=20;
GGAP=0.9;
FieldD=[rep([PRECI],[1,NVAR]);rep([0;100],[1,NVAR]);rep([1;0;1;1],[1,NVAR])];
Chrom=crtbp(NIND, NVAR*PRECI);
gen=0;
trace=zeros(2,MAXGEN);
x=bs2rv(Chrom, FieldD);
ObjV=fitness(x);
ObjV=ObjV';
while gen<MAXGEN
    FitnV=ranking(ObjV);
    SelCh=select('sus', Chrom, FitnV, GGAP);
    SelCh=recombin('xovsp', SelCh, 0.7);
    SelCh=mut(SelCh);
    x=bs2rv(SelCh, FieldD);
    ObjVSel=fitness(x);
    ObjVSel=ObjVSel';
    [Chrom ObjV]=reins(Chrom,SelCh,1,[1 0.9],ObjV,ObjVSel);
    gen=gen+1;
    [Y,I]=min(ObjVSel);
    trace(1,gen)=min(ObjV);
    trace(2,gen)=sum(ObjV)/length(ObjV);
    x0=bs2rv(Chrom(I,:),FieldD);
end
figure;
plot(trace(1,:));
hold on;
plot(trace(2,:), '-. ');grid
legend('解的变化', '种群的均值变化')
x0,Y
toc;
cputime=toc;
```

附录 2 遗传算法fitness.m适应值程序

```
function z=fitness(x)
la=25*10^(-3);
l0=20*10^(-3);
a=10*10^(-3);
T=200;
tao=144*10^6;
M=250;
sigma=124*10^6;
for i=1:length(x)
    a=tao-T./((5088.448*x(i,2).^3)*(1-(x(i,1)./x(i,2)).^4))>0;
    b=sigma-10190.087*M./((x(i,4).^3)-(x(i,3)./x(i,4)).^4)>0;
    c=x(i,5)-0.5*x(i,2)>0;
    d=x(i,6)-0.5*x(i,4)>0;
    e=x(i,4)-x(i,3)>0;
    f=x(i,2)-x(i,1)>0;
    g=x(i,5)-x(i,6)>0;
    h=x(i,6)-5>0;
    k=x(i,5)-6.25>0;
    if a==1 & b==1 & c==1 & d==1 & e==1 & f==1 & g==1 & h==1 & k==1;
        z(i)=0.25*pi*la*(x(i,4).^2-x(i,3).^2)+...
            0.5*pi*10*(x(i,2).^2-x(i,1).^2)+...
```

```

2*a*(x(i,5)+x(i,6)).^2./sqrt(1-((x(i,5)-x(i,6))./(x(i,5)+x(i,6))).^2)+...
(x(i,5).^2-x(i,6).^2)*acos((x(i,5)-x(i,6))./(x(i,5)+x(i,6)))+pi*x(i,5).^2;
else
z(i)=0.25*pi*la*(x(i,4).^2-x(i,3).^2)+...
0.5*pi*10*(x(i,2).^2-x(i,1).^2)+...
2*a*(x(i,5)+x(i,6)).^2./sqrt(1-((x(i,5)-x(i,6))./(x(i,5)+x(i,6))).^2)+...
(x(i,5).^2-x(i,6).^2)*acos((x(i,5)-x(i,6))./(x(i,5)+x(i,6)))+pi*x(i,5).^2+...
1000*(tao-T./((5088.448*x(i,2).^3)*(1-(x(i,1)./x(i,2)).^4)))+...
1000*(sigma-10190.087*M./((x(i,4).^3)-(x(i,3)./x(i,4)).^4))+...
1000*(x(i,5)-0.5*x(i,2))+...
1000*(x(i,6)-0.5*x(i,4)); %100îª·ĒððxÓ
end
end

```